CANPOINT

导学案

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学2

必修第二册 BS

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

天津出版传媒集团
天津人民出版社

目录 Contents

01 第一章 三角函数
PART ONE

§1 周期变化 导 211
§2 任意角 导 213
2.1 角的概念推广 导 213
2.2 象限角及其表示 导 213
§3 弧度制 导 215
3.1 弧度概念 导 215
3.2 弧度与角度的换算 导 215
§4 正弦函数和余弦函数的概念及其性质 导 218
4.1 单位圆与任意角的正弦函数、余弦函数定义 导 218
4.2 单位圆与正弦函数、余弦函数的基本性质 导 220
4.3 诱导公式与对称 导 221
4.4 诱导公式与旋转 导 223
§5 正弦函数、余弦函数的图象与性质再认识 导 225
5.1 正弦函数的图象与性质再认识 导 225
5.2 余弦函数的图象与性质再认识 导 228
§6 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的性质与图象 导 230
6.1 探究 ω 对 $y=\sin \omega x$ 的图象的影响 导 230
6.2 探究 φ 对 $y=\sin(x+\varphi)$的图象的影响 导 230
6.3 探究 A 对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象的影响 导 230
第 1 课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象 导 230
第 2 课时 函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象与性质的应用 导 234
§7 正切函数 导 236
7.1 正切函数的定义 导 236
7.2 正切函数的诱导公式 导 236
7.3 正切函数的图象与性质 导 236
§8 三角函数的简单应用 导 239
本章总结提升 导 242

02 第二章 平面向量及其应用
PART TWO

§1 从位移、速度、力到向量 导 246
1.1 位移、速度、力与向量的概念 导 246
1.2 向量的基本关系 导 246
§2 从位移的合成到向量的加减法 导 249
2.1 向量的加法 导 249
2.2 向量的减法 导 251
§3 从速度的倍数到向量的数乘 导 252
3.1 向量的数乘运算 导 252
3.2 向量的数乘与向量共线的关系 导 252
§4 平面向量基本定理及坐标表示 导 255
4.1 平面向量基本定理 导 255
4.2 平面向量及运算的坐标表示 导 257
§5 从力的做功到向量的数量积 导 259
5.1 向量的数量积 导 259
5.2 向量数量积的坐标表示 导 262
5.3 利用数量积计算长度与角度 导 264
§6 平面向量的应用 导 265
6.1 余弦定理与正弦定理 导 265
第 1 课时 余弦定理 导 265
第 2 课时 正弦定理 导 267
第 3 课时 用余弦定理、正弦定理解三角形 导 269
第 4 课时 余弦定理、正弦定理的应用举例 导 270
6.2 平面向量在几何、物理中的应用举例 导 273
本章总结提升 导 275

03 第三章 数学建模活动(二)
PART THREE

§1 数学建模活动的准备 导 280

§2 自主数学建模的开题交流 导 280

04 第四章 三角恒等变换
PART FOUR

§1 同角三角函数的基本关系 导 281

1.1 基本关系式 导 281

1.2 由一个三角函数值求其他三角函数值 导 281

1.3 综合应用 导 281

§2 两角和与差的三角函数公式 导 284

2.1 两角和与差的余弦公式及其应用 导 284

2.2 两角和与差的正弦、正切公式及其应用 导 286

2.3 三角函数的叠加及其应用 导 288

2.4 积化和差与和差化积公式 导 290

§3 二倍角的三角函数公式 导 291

3.1 二倍角公式 导 291

3.2 半角公式 导 293

本章总结提升 导 295

05 第五章 复数
PART FIVE

§1 复数的概念及其几何意义 导 298

1.1 复数的概念 导 298

1.2 复数的几何意义 导 300

§2 复数的四则运算 导 302

2.1 复数的加法与减法 导 302

2.2 复数的乘法与除法 导 304

*2.3 复数乘法几何意义初探 导 304

*§3 复数的三角表示 导 306

3.1 复数的三角表示式 导 306

3.2 复数乘除运算的几何意义 导 306

本章总结提升 导 310

06 第六章 立体几何初步
PART SIX

§1 基本立体图形 导 313

1.1 构成空间几何体的基本元素 导 313

1.2 简单多面体——棱柱、棱锥和棱台 导 313

1.3 简单旋转体——球、圆柱、圆锥和圆台 导 316

§2 直观图 导 319

§3 空间点、直线、平面之间的位置关系 导 321

3.1 空间图形基本位置关系的认识 导 321

3.2 刻画空间点、线、面位置关系的公理 导 321

第 1 课时 空间点、线、面之间的位置关系的认识及基本事实 1，2，3 导 321

第 2 课时 基本事实 4、异面直线和等角定理 导 323

§4 平行关系 导 326

4.1 直线与平面平行 导 326

第 1 课时 直线与平面平行的性质 导 326

第 2 课时 直线与平面平行的判定 导 327

4.2 平面与平面平行 导 329

第 1 课时 平面与平面平行的性质 导 329

第 2 课时 平面与平面平行的判定 导 331

§5 垂直关系 导 333

5.1 直线与平面垂直 导 333

第 1 课时 直线与平面垂直的性质 导 333

第 2 课时 直线与平面垂直的判定 导 336

5.2 平面与平面垂直 导 338

§6 简单几何体的再认识 导 342

6.1 柱、锥、台的侧面展开与面积 导 342

6.2 柱、锥、台的体积 导 343

6.3 球的表面积和体积 导 345

第 1 课时 球的表面积和体积 导 345

第 2 课时 空间几何体与球的切接问题 导 346

本章总结提升 导 348

◆ 参考答案（导学案） 导 353

导学案 LEARN

第一章　三角函数

§1　周期变化

【学习目标】

1. 通过创设情境，感知周期现象.
2. 感受周期现象对实际工作的意义，能判断简单实际问题中的周期.
3. 初步了解周期函数的概念，能判断简单函数的周期性.

课前预习

知识导学　素养初识

◆ 知识点一　周期现象

把以相同时间间隔重复出现的现象叫作________现象，这个相同的时间间隔就是________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)地球上一年春、夏、秋、冬四季的变化是周期现象.　(　)

(2)某红绿灯路口每天六点至七点通过的人数的变化是周期现象.　(　)

◆ 知识点二　周期函数

1. 周期函数与周期的概念：一般地，对于函数 $y=f(x)$，$x\in D$，如果存在一个非零常数 T，使得对任意的 $x\in D$，都有 $x+T\in D$，且满足____________，那么函数 $y=f(x)$ 称作周期函数，非零常数 T 称作这个函数的周期.

2. 最小正周期：如果在周期函数 $y=f(x)$ 的所有周期中存在一个__________，那么这个________就称作函数 $y=f(x)$ 的最小正周期.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)周期函数的周期有无数个.　(　)

(2)所有的函数都是周期函数.　(　)

(3)因为函数 $f(x)=|x|$ 满足 $f(-1+2)=f(-1)$，所以它是以 2 为周期的函数.　(　)

(4)已知函数 $f(x)$ 是以 10 为周期的周期函数，若 $f(1)=2025$，则 $f(41)=2025$.　(　)

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　周期现象及应用

例 1　判断下列现象是否为周期现象，并说明理由.

(1)地球的自转；

(2)连续抛掷一枚骰子，朝上一面的点数；

(3)钟表秒针的转动；

(4)某段高速公路每天通过的车辆数.

变式　若今天是星期一，则第 8 天是星期几？第 121 天是星期几？(注：今天是第一天)

[素养小结]

判断一个现象是否为周期现象，主要看此现象是不是每隔一段时间就重复出现.在周期现象的计算中，关键是确定周期.

◆ 探究点二　周期函数

角度1　判断具体函数的周期

例2　已知函数 $f(x)=\begin{cases}2n-x,2n-1\leqslant x<2n,\\ x-2n,2n\leqslant x<2n+1\end{cases}$ (n 为整数).

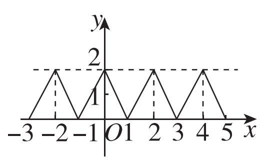
(1)求函数 $f(x)$ 的最小正周期,并画出函数 $y=f(x)$ 的图象;

(2)画出函数 $y=f(x+1)$ 的图象.

变式　已知周期函数 $f(x)(x\in\mathbf{R})$ 的图象如图所示.

(1)求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2)求函数 $f(x)$ 在区间[4,6]上的解析式.



[素养小结]

判断函数周期的一般方法:(1)利用函数图象直观判断;(2)利用周期函数的定义判断.

注意:(1)周期函数的周期不是唯一的,如果 T 是函数 $f(x)$ 的周期,那么 $nT(n\in\mathbf{Z},n\neq0)$ 也一定是它的周期;(2)只有个别 x 值或只差个别 x 值满足 $f(x+T)=f(x)$ 时,都不能说 T 是 $f(x)$ 的周期.

角度2　判断抽象函数的周期

例3　(1)设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)\cdot f(x+2)=13$,若 $f(1)=2$,则 $f(99)=$　　(　　)

A. $\dfrac{13}{2}$　　B. $\dfrac{13}{4}$　　C. 2　　D. 4

(2)[2024·江苏连云港高一期末] 已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且 $f(-x)=-f(x+2)$,求函数 $f(x)$ 的一个周期.

变式　设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且对任意实数 x,恒有 $f(x+2)=-f(x)$. 当 $x\in[0,2]$ 时,$f(x)=2x-x^2$.

(1)求证:$f(x)$ 是周期函数;

(2)当 $x\in[2,4]$ 时,求 $f(x)$ 的解析式;

(3)计算 $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(2025)$ 的值.

[素养小结]

周期函数除常见的定义式 $f(x+T)=f(x)$ 外,还有如下四种形式:(1)$f(x+a)=-f(x)$;(2)$f(x+a)=\dfrac{1}{f(x)}$;(3)$f(x-a)=-\dfrac{1}{f(x)}$;(4)$f(x-a)=f(x+a)$. 以上四种形式的函数都是以 $2a$ 为周期的周期函数.

§2　任意角

2.1　角的概念推广

2.2　象限角及其表示

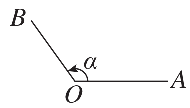
【学习目标】

1. 能通过不同的分类方式初步认识任意角.
2. 能识别正角、负角、零角、象限角和终边相同的角.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　任意角

1. 角的概念推广：如图所示，平面内一条射线 OA 绕着它的________按箭头所示方向旋转到终止位置 OB，形成角 α. 其中点 O 是角 α 的________，射线 OA 是角 α 的________，射线 OB 是角 α 的________.



2. 角的规定

(1)正角：一条射线绕其端点按________方向旋转形成的角.

(2)负角：一条射线绕其端点按________方向旋转形成的角.

(3)零角：一条射线没有作任何旋转，称它形成了一个零角. 零角的始边与终边________.

(4)如果一个角的终边沿逆时针或顺时针方向旋转 $360°$ 的________，那么所得新角的终边与原角的终边重合.

◆ 知识点二　象限角

在一个平面直角坐标系中，角的顶点在坐标原点，始边在 x 轴的非负半轴，那么，____________(除端点外)在第几象限，就说这个角是__________. 如果角的终边在坐标轴上，这个角就不属于任何一个________.

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)大于 $90°$ 的角都是钝角.　(　　)

(2)$90°$ 角是第一或第二象限角.　(　　)

(3)第一象限角一定不是负角.　(　　)

(4)第二象限角大于第一象限角.　(　　)

(5) $-120°$ 角是第三象限角.　(　　)

◆ 知识点三　终边相同的角

一般地，给定一个角 α，所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S=$____________________，即任何一个与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与周角的________的和.

【诊断分析】 1. 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)与 $-40°$ 角终边相同的角的集合是 $\{\alpha\,|\,\alpha=k\cdot 360°-40°, k\in\mathbf{Z}\}$.　(　　)

(2)终边在第四象限的角的集合可以表示为 $\{\alpha\,|\,k\cdot 360°-90°<\alpha<k\cdot 360°, k\in\mathbf{Z}\}$.　(　　)

(3)若角 α 的终边在 y 轴的负半轴上，则角 α 的集合可以表示为 $\{\alpha\,|\,\alpha=k\cdot 360°-90°, k\in\mathbf{Z}\}$.　(　　)

(4)若角 α 是第三象限角，则角 α 的集合可以表示为 $\{\alpha\,|\,k\cdot 360°+180°<\alpha<k\cdot 360°+270°, k\in\mathbf{Z}\}$.　(　　)

2. 终边相同的角相等吗？相等的角终边相同吗？

课中探究　考点探究　素养小结

◆ 探究点一　任意角的概念与分类

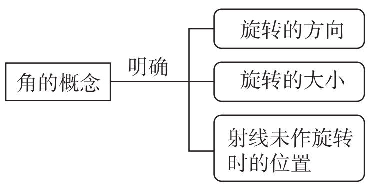
例 1 (1)给出下列结论：①始边相同而终边不同的角一定不相等；②若两个角的始边与终边分别重合，则两个角相差 $360°$ 的整数倍；③小于 $180°$ 的角是钝角、直角或锐角. 其中正确结论的序号为________.

(2)时间过了 2 小时 30 分，则分针转过的角度是________.

(3)$-20°$角是按________(填“顺”或“逆”)时针方向旋转________所成的角. 体操运动员按逆时针方向做转体动作一周，即转体 $360°$ 所成的角是________.

[素养小结]

1. 理解角的概念要做到三个“明确”：



2. 表示角时的两个注意点：

(1)用字母表示时：可以用希腊字母 α，β 等表示，“角 α”或“$\angle\alpha$”可以简化为“α”.

(2)用图示法表示角时：箭头不可以丢掉，因为箭头代表了旋转的方向，即箭头代表着角的正负.

◆ 探究点二 终边相同的角

角度 1 象限角、终边在坐标轴上的角的判断

例 2 (1)给出下列四个结论：①$-75°$ 角是第四象限角；②$225°$角是第三象限角；③$540°$角是第二象限角；④$-315°$ 角是第一象限角. 其中正确的结论有 ( )

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

(2)终边与坐标轴重合的角 α 的集合是 ( )

A. $\{\alpha|\alpha=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\alpha|\alpha=k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$

D. $\{\alpha|\alpha=k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$

(3)若 α 是第四象限角，则 $90°-\alpha$ 是 ( )

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

变式 若 α 是第二象限角，则 $-\alpha$ 一定是 ( )

A. 第一象限角　　B. 第二象限角

C. 第三象限角　　D. 第四象限角

[素养小结]

象限角只与角的终边所在的象限有关，与旋转方向及旋转的圈数无关.

角度 2 求与已知角终边相同的角

例 3 在与 $10\ 030°$ 角终边相同的角中，求满足下列条件的角.

(1)最大的负角；(2)最小的正角；(3)在$[360°, 720°)$内的角.

变式 (1)下列角中与$-30°$角终边相同的角是 ( )

A. $30°$　　B. $240°$

C. $300°$　　D. $330°$

(2)与$-1050°$角终边相同的最小正角是 ( )

A. $330°$　　B. $60°$

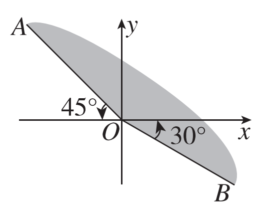
C. $30°$　　D. $300°$

[素养小结]

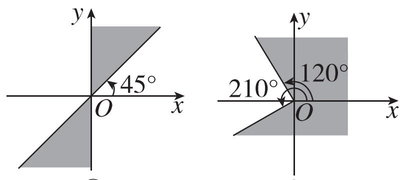
求适合某种条件且与已知角的终边相同的角，其方法是先求出与已知角的终边相同的角的一般形式，再依条件构建方程或不等式(组)求出 k 的值或取值范围，最后写出符合条件的角.

◆ 探究点三 区域角的表示

例 4 求表示终边落在如图所示的阴影部分内(含边界)的角 β 的集合.



变式 如图,写出终边落在阴影部分内(包括边界)的角的集合.



① ②

[素养小结]

表示区域角的三个步骤:

第一步:先按逆时针方向找到区域的起始和终止边界.

第二步:按由小到大的顺序分别标出起始和终止边界对应的$-360°\sim360°$范围内的角α和β,写出最简区间$\{x|\alpha<x<\beta\}$,其中$\beta-\alpha<360°$.

第三步:起始、终止边界对应的角α,β再分别加上$360°$的整数倍,即得区域角的集合.

拓展 已知α是第二象限角,求角$\frac{\alpha}{2}$为哪个象限的角.

§3 弧度制

3.1 弧度概念

3.2 弧度与角度的换算

【学习目标】

1. 理解角度制与弧度制的概念,能对弧度和角度进行正确的换算.
2. 体会引入弧度制的必要性,建立角的集合与实数集的一一对应关系.
3. 掌握并能应用弧度制下的弧长公式和扇形面积公式.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ 知识点一 弧度制

在单位圆中,把长度等于______的弧所对的圆心角称为______弧度的角,其单位用符号________表示,读作弧度(通常"弧度"或"rad"省略不写).在单位圆中,每一段弧的长度就是它所对圆心角的________.这种以弧度作为单位来度量角的方法,称作________.

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)1 rad的角和1°的角大小相等. ( )

(2)每个弧度制下的角,都有唯一的角度制下的角与之对应. ( )

◆ 知识点二 弧度与角度的换算

1.

角度化弧度	弧度化角度
$360°=$________ rad	2π rad$=$________
$180°=$________ rad	π rad$=$________
$1°=\frac{\pi}{180}$ rad$\approx0.017\ 45$ rad	1 rad$=\frac{180°}{\pi}\approx57°18'$
度数$\times\frac{\pi}{180}=$弧度数	弧度数$\times\frac{180°}{\pi}=$度数

牢记 $\boxed{\begin{array}{l}1°=\dfrac{2\pi}{360}\text{ rad}=\dfrac{\pi}{180}\text{ rad}\approx 0.017\,45\text{ rad};\\ 1\text{ rad}=\dfrac{360°}{2\pi}=\dfrac{180°}{\pi}\approx 57°18'.\end{array}}$

2. 一些特殊角的度数与弧度数的对应关系

度	0°	30°	45°	____	90°	120°	135°	150°	____	270°	360°
弧度	____	____	____	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	____	____	____	π	$\frac{3\pi}{2}$	____

◆ 知识点三　弧长公式与扇形面积公式

设扇形的半径为 r，弧长为 l，$\alpha(0<\alpha<2\pi)$为其圆心角的弧度数，$n(0<n<360)$为圆心角的角度数，则

	角度制	弧度制
扇形的弧长	$l=$________	$l=$________

【诊断分析】(1)用弧度制推导扇形的面积公式.

(2)扇形的面积公式与哪个平面图形的面积公式类似？对应的图形是否也类似？

课中探究

考点探究　素养小结

◆ 探究点一　弧度制的概念

例 1 (1)(多选题)下列说法中正确的是　　(　　)

A. 弧度角与实数之间建立了一一对应的关系

B. 1 度的角是直角的$\frac{1}{90}$，1 弧度的角是直角的$\frac{2}{\pi}$

C. 根据弧度的定义可知，180°等于 π 弧度

D. 无论是用角度制还是用弧度制度量角，角的大小均与圆的半径的大小有关

(2)下列说法正确的是　　(　　)

A. 1 弧度就是 1 度的圆心角所对的弧

B. 1 弧度是长度为半径的弧

C. 1 弧度是 1 度的弧的长度与 1 度的角之和

D. 1 弧度是长度等于半径长的弧所对的圆心角的大小

◆ 探究点二　用弧度制表示角

[探索] 角度制与弧度制互化的关键是什么？如果一个角的弧度为 α rad，那么这个角是多少度？如果一个角为 $n°$，那么这个角是多少弧度？

角度 1　角度与弧度的互化

例 2 将下列角度与弧度进行互化：

(1)20°；(2)$-15°$；(3)$\frac{7\pi}{12}$；(4)$-\frac{11}{5}\pi$.

变式 把下列角度与弧度进行互化.(不必求近似值)

(1)36°；(2)$-10°30'$；(3)1.2；(4)$-\frac{7\pi}{8}$.

[素养小结]

角度制与弧度制互化的注意点：

①用“弧度”为单位度量角时，“弧度”二字或“rad”可以省略不写；

②用“弧度”为单位度量角时，常常把弧度数写成含 π 的关系式的形式，如无特别要求，不必把 π 写成小数.

角度 2　用弧度制表示终边相同的角

例 3　把下列各角化成 $2k\pi+\alpha(0\leqslant\alpha<2\pi,k\in\mathbf{Z})$ 的形式，并指出是第几象限角.

(1) -1500°；(2) $\frac{23\pi}{6}$；(3) -4.

变式　(1)(多选题)终边与 260° 角的终边相同的角的集合可以是　(　　)

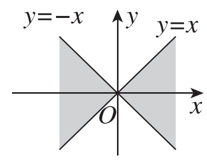
A. $\{\beta|\beta=260^\circ+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\}$

B. $\{\beta|\beta=260^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\left\{\beta\middle|\beta=\frac{13\pi}{9}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$

D. $\left\{\beta\middle|\beta=\frac{5\pi}{9}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$

(2)用弧度制表示终边落在如图所示的阴影部分内(含边界)的角的集合.



[素养小结]

当用弧度制表示与角 α 终边相同的角的集合 $\{\beta|\beta=2k\pi+\alpha,k\in\mathbf{Z}\}$ 时，$2k\pi$ 是 π 的偶数倍，而不是整数倍.在表示该集合时，可以先写出在 $0\sim2\pi$(或 $-\pi\sim\pi$)内与角 α 终边相同的角，再加上 $2k\pi$，不要忘记标注 $k\in\mathbf{Z}$.

◆ 探究点三　扇形的弧长与面积公式

例 4　(1)已知圆的半径为 5 cm，则 2 rad 的圆心角所对的弧长为　(　　)

A. 10 cm　　B. 2.5 cm

C. 2 cm　　D. 0.4 cm

(2)扇形 OAB(O 为圆心)的面积是 1 cm^2，它的周长是 4 cm，则它的圆心角为________ rad，$\overset{\frown}{AB}$ 的长为________ cm.

变式　(1)已知扇形的圆心角为 108°，半径为 30 cm，则该扇形的面积为________.

(2)设扇形的周长为 a，则当扇形的面积最大时，其圆心角的弧度数为　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

[素养小结]

涉及扇形的半径、弧长、圆心角、面积等的计算问题，关键是分析题目中已知哪些量、要求哪些量，已知其中的两个量能求得剩余的两个量(通过方程组求得).

§4　正弦函数和余弦函数的概念及其性质

4.1　单位圆与任意角的正弦函数、余弦函数定义

【学习目标】

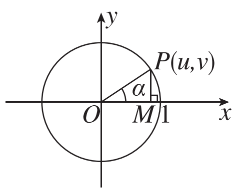
1. 借助单位圆理解并掌握任意角的三角函数的定义，了解三角函数是以实数为自变量的函数.
2. 借助任意角三角函数的定义和单位圆理解并掌握正弦函数值、余弦函数值在各象限内的符号.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　正弦函数、余弦函数的定义

1. 正弦函数、余弦函数的定义

(1)对于任意角α，作单位圆，使角α的顶点与原点重合，始边与x轴非负半轴重合，终边与单位圆的交点为$P(u,v)$，如图，那么点P的__________叫作角α的正弦值，点P的__________叫作角α的余弦值.



在弧度意义下，对于$\alpha\in\mathbf{R}$，称$v=\sin\alpha$为任意角α的正弦函数，$u=\cos\alpha$为任意角α的余弦函数.

(2)正弦函数$v=\sin\alpha$、余弦函数$u=\cos\alpha$的定义域为全体实数.

2. 利用角α终边上一点求三角函数值

设角α终边上除原点外的一点$Q(x,y)$，则$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$($r=OQ=\sqrt{x^2+y^2}$，O为原点).

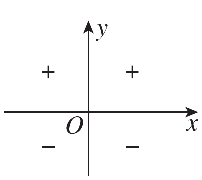
【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)$\sin\alpha$，$\cos\alpha$的大小与点$P(x,y)$在角α的终边上的位置有关.　　(　　)

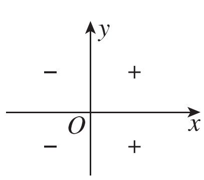
(2)同一个三角函数值能找到无数个角与之对应.　　(　　)

◆ 知识点二　正弦函数值、余弦函数值符号的判断

借助单位圆以及正弦函数、余弦函数的定义可知，正弦函数值与余弦函数值在各个象限内的符号如图所示.



$v=\sin\alpha$



$u=\cos\alpha$

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)已知α是三角形的内角，则必有$\sin\alpha>0$，$\cos\alpha\geqslant 0$.　　(　　)

(2)若$\sin\alpha\cdot\cos\alpha>0$，则角$\alpha$为第一象限角.　　(　　)

(3)已知$\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\cos\alpha=-\dfrac{4}{5}$，则角α的终边在第二象限.　　(　　)

(4)已知α是第四象限角，设$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=m$，则$m$的符号不确定.　　(　　)

课中探究　考点探究　素养小结

◆ 探究点一　利用角α终边上一点的坐标求三角函数值

例1　在直角坐标系xOy中，角θ以原点为顶点，以x轴的非负半轴为始边，角θ的终边过点$P(1,-2)$，则$2\sin\theta+\cos\theta$的值是________.

例2　已知角α的终边经过点$P(-4m,3m)(m\neq 0)$，求$2\sin\alpha+\cos\alpha$的值.

变式 (1)在平面直角坐标系中,角 α 的顶点与坐标原点重合,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边过点 $P(1,2)$,则 $\cos\alpha$ 的值为________.

(2)[2024·山西阳泉高一期末] 已知点 $P(m,1)$ 是角 α 终边上的一点,且 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$,则 m 的值为 ( )

A. 2 B. $-2\sqrt{2}$

C. $-2\sqrt{2}$ 或 2 D. $-2\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{2}$

[素养小结]

(1)已知角 α 的终边上任意一点的坐标求三角函数值的方法:

①先利用射线(角 α 的终边)与单位圆相交,求出交点的坐标,然后再利用正、余弦函数的定义求出相应三角函数值.

②在 α 的终边上任选一点 $P(x,y)$,设 P 到原点的距离为 $r(r>0)$,则 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$,$\cos\alpha=\frac{x}{r}$.当已知 α 的终边上一点求 α 的三角函数值时,用该方法更方便.

(2)当角 α 的终边上点的坐标以参数形式给出时,要根据问题的实际情况对参数进行分类讨论.

◆ 探究点二 已知角 α 终边所在直线求三角函数值

例 3 已知角 α 的终边落在直线 $y=-3x$ 上,求 $2\sin\alpha+3\cos\alpha$ 的值.

变式 若角 α 的终边与直线 $y=3x$ 的一部分重合,且 $\sin\alpha<0$,$P(m,n)$ 是 α 终边上的一点,$OP=\sqrt{10}$(O 为坐标原点),求 $m-n$ 的值.

[素养小结]

在解决有关角的终边在直线上的问题时,应注意到角的终边为射线,通常分两种情况处理.

◆ 探究点三 判断三角函数值的符号

例 4 (1)确定下列各三角函数值的符号:

①$\sin\frac{4\pi}{3}$;②$\cos 3$;③$\sin\frac{5\pi}{3}\cdot\cos\frac{5\pi}{3}$.

(2)若 $\sin\alpha>0$,$\cos\alpha<0$,判断角 α 的终边所在象限.

变式 (1)[2024·山西太原高一期末] 已知 $\sin\theta\cos\theta>0$,且 $|\cos\theta|=\cos\theta$,则角 θ 是 ( )

A. 第一象限角 B. 第二象限角

C. 第三象限角 D. 第四象限角

(2)已知角 α 的终边过点 $(3a-9,a+2)$,且 $\cos\alpha\leqslant 0$,$\sin\alpha>0$,则实数 a 的取值范围是________.

[素养小结]

判断三角函数值在各个象限内的符号的攻略:

(1)基础:准确确定三角函数值中各个角的终边所在的象限;

(2)关键:准确记忆三角函数值在各个象限内的符号;

(3)注意:用弧度制给出的角常常不写单位,不要误认为角度,导致终边所在象限判断错误.

4.2 单位圆与正弦函数、余弦函数的基本性质

【学习目标】

1. 会利用单位圆研究正弦函数、余弦函数的基本性质.
2. 能利用正弦函数、余弦函数的基本性质解决相关问题.

课前预习

知识导学 素养初识

◆ 知识点 正弦函数、余弦函数的基本性质

	$v=\sin\alpha$	$u=\cos\alpha$
定义域	________	________
值域	________	________
最大(小)值	最大值________，最小值________	最大值________，最小值________
周期性	$T=2\pi$	$T=$________
单调性	在区间$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$上单调递增，在区间$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right](k\in\mathbf{Z})$上单调递减	在区间$[2k\pi-\pi,2k\pi](k\in\mathbf{Z})$上单调递增，在区间$[2k\pi,2k\pi+\pi](k\in\mathbf{Z})$上单调递减

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)函数 $y=\sin x$ 在$[0,\pi]$上单调递减. ( )

(2)函数 $y=\cos x$ 在$[0,\pi]$上的取值范围是$[0,1]$. ( )

(3)函数 $y=\sin x$ 的最大值为1,最小值为-1. ( )

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 正弦、余弦函数的定义域问题

例 1 求下列函数的定义域:

(1)$y=4-\cos x$;

(2)$y=\sqrt{2\sin x+1}$.

变式 (1)函数 $y=\frac{1}{\sqrt{\sin x}}$的定义域为____________________.

(2)函数 $y=\lg(\sin x)+\sqrt{\frac{1}{2}-\cos x}$ 的定义域是____________________.

[素养小结]

利用单位圆与正弦函数、余弦函数的基本性质可以求一些复合函数的定义域与单调区间.正弦函数、余弦函数的定义域是研究其他一切性质的前提,要树立定义域优先的意识.求与正弦函数、余弦函数有关的复合函数的定义域实际上是解简单的三角不等式.

◆ 探究点二 正弦、余弦函数单调性

例 2 讨论下列函数的单调性.

(1)$y=\sin x,x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$;

(2)$y=\cos x,x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$.

变式 求函数 $y=\sin x, x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$ 的最大值、最小值及单调区间.

[素养小结]

由角的终边按逆时针方向旋转,横、纵坐标的增大或减少来分别判断余弦、正弦函数的单调性.

◆ **探究点三 正弦、余弦函数的值域与最值**

例 3 (1)求函数 $y=\cos x, x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$ 的值域;

(2)求函数 $y=m\sin x+n(m\neq 0)$ 的最值.

变式 (1)若函数 $y=2\sin x+a$ 的最大值为 -2,则 a 的值为 ( )

A. 2　　B. -2　　C. 0　　D. -4

(2)函数 $y=\cos \alpha, \alpha\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$ 的最小值为________,此时 $\alpha=$________.

[素养小结]

求与正弦函数、余弦函数有关的值域问题时要注意换元法与分类讨论思想的应用.

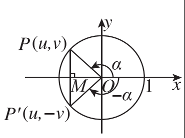
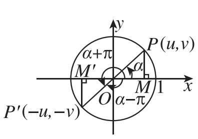
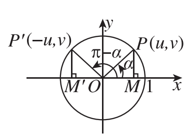
4.3 诱导公式与对称

【学习目标】

1. 在单位圆中搞清两角终边与单位圆交点的对称性,结合正弦函数、余弦函数的概念探究诱导公式.
2. 掌握诱导公式($-\alpha, \alpha\pm\pi, \pi-\alpha$ 的正弦值、余弦值),能运用这几类诱导公式进行求值、化简与证明.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ **知识点 诱导公式与对称**

<table>
<tr><td>终边关系</td><td>角 $-\alpha$ 与角 α 的终边关于 x 轴对称</td><td>角 $\alpha\pm\pi$ 与角 α 的终边关于原点对称</td><td>角 $\pi-\alpha$ 与角 α 的终边关于 y 轴对称</td></tr>
<tr><td>图示</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>公式</td><td>$\sin(-\alpha)=$__________,
$\cos(-\alpha)=$______</td><td>$\sin(\pi+\alpha)=$______,$\cos(\pi+\alpha)=$________,
$\sin(\alpha-\pi)=$______,$\cos(\alpha-\pi)=$______</td><td>$\sin(\pi-\alpha)=$__________,
$\cos(\pi-\alpha)=$______</td></tr>
<tr><td>特点</td><td colspan="3">1. 公式两边的函数名称一致.
2. 将 α 看作锐角时,原角所在象限的正弦函数值、余弦函数值的符号即为等号右边的符号</td></tr>
</table>

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)两角的终边与单位圆交点关于 x 轴对称的诱导公式可以将任意负角的三角函数值转化为正角的三角函数值. ( )

(2)诱导公式中的角 α 一定是锐角. ( )

(3)由两角的终边与单位圆交点关于 x 轴对称的诱导公式知 $\cos[-(\alpha-\beta)]=-\cos(\alpha-\beta)$. ( )

(4)在 $\triangle ABC$ 中,$\sin(A+B)=\sin C$. ( )

课中探究

◆ 探究点一　给角求值

例 1 求下列三角函数值.

(1)$\sin 1920°$;(2)$\cos\left(-\dfrac{26}{3}\pi\right)$;

(3)$\cos\left(-\dfrac{23\pi}{4}\right)$;(4)$\sin\left(-\dfrac{8\pi}{3}\right)\cdot\cos\dfrac{23\pi}{6}$.

[素养小结]

利用诱导公式可以将任意角的三角函数问题转化为锐角的三角函数问题来处理,其一般步骤为:

(1)利用角的终边关于 x 轴对称的诱导公式将任意负角的三角函数转化为正角的三角函数;

(2)利用终边相同的诱导公式将正角的三角函数化为 $0°$到 $360°$之间角的三角函数;

(3)利用角的终边关于 x,y 轴及原点对称的诱导公式将 $0°$到 $360°$之间角的三角函数化为锐角的三角函数.

◆ 探究点二　给值(式)求值

[探索] $\alpha+k\cdot 2\pi(k\in\mathbf{Z})$,$-\alpha$,$\pi\pm\alpha$ 的三角函数值等于 α 的________,前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号.可总结为函数______不变,符号看________.

例 2 (1)若 $\cos(2\pi-\alpha)=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$且 $\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$,则 $\sin(\pi-\alpha)=$ (　　)

A. $-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　B. $-\dfrac{2}{3}$　C. $-\dfrac{1}{3}$　D. $\pm\dfrac{2}{3}$

(2)已知 $\sin\left(\dfrac{5\pi}{4}+\alpha\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,则 $\sin\left(\dfrac{3\pi}{4}-\alpha\right)$的值为 (　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　B. $-\dfrac{1}{2}$　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　D. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(3)[2024·江西丰城九中高一期中] 已知 $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{4}{5}$,则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{7\pi}{6}\right)=$________.

变式 (1)[2024·江西乐平三中高一期中] 已知 $\sin\left(\dfrac{\pi}{8}+\theta\right)=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$,则 $\sin\left(\theta-\dfrac{7\pi}{8}\right)$等于 (　　)

A. $-\dfrac{1}{4}$　B. $\dfrac{1}{4}$　C. $-\dfrac{\sqrt{15}}{4}$　D. $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

(2)已知 $\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}+\alpha\right)=-\dfrac{5}{13}$,求 $\cos\left(\dfrac{7\pi}{6}-\alpha\right)$的值.

[素养小结]

解决条件求值问题的策略

(1)解决条件求值问题,首先要仔细观察条件与所求式之间的角、函数名称及有关运算之间的差异及联系,再选择适当的诱导公式求解.

(2)可以将已知式进行变形向所求式转化,或将所求式进行变形向已知式转化.

◆ 探究点三　利用诱导公式化简

[探索] 若 α 是锐角,则 $2\pi-\alpha$ 是第________象限角,$\pi+\alpha$ 是第________象限角,$\pi-\alpha$ 是第________象限角,$-\alpha$ 是第________象限角.

例 3 化简下列各式.

(1)$\dfrac{\sin(2\pi-\theta)\sin(-2\pi-\theta)\cos(6\pi-\theta)}{\cos(2\pi-\theta)\cos(\theta-\pi)\sin(5\pi+\theta)}$;

(2)$\dfrac{\sin(1440°+\alpha)\cdot\cos(\alpha-1080°)}{\cos(-180°-\alpha)\cdot\sin(-\alpha-180°)}$.

变式 已知 $\sin(\alpha-3\pi)=2\cos(\alpha-4\pi)$，求 $\dfrac{\sin(\pi-\alpha)+5\cos(2\pi-\alpha)}{-2\cos\alpha-\sin(-\alpha)}$的值.

[素养小结]

化简三角函数式的策略：

(1)化简时要使函数类型尽量少，角的弧度数(或角度数)的绝对值尽量小，特殊角的正弦、余弦函数要求出具体的值.

(2)要认真观察有关角之间的关系，根据需要合理选择诱导公式变角.

拓展 设 k 为整数，化简 $\dfrac{\sin(k\pi-\alpha)\cos[(k-1)\pi-\alpha]}{\sin[(k+1)\pi+\alpha]\cos(k\pi+\alpha)}$.

4.4 诱导公式与旋转

【学习目标】

1. 在诱导公式与对称的基础上，掌握诱导公式与旋转的推导过程.
2. 能够利用诱导公式解决简单的求值、化简与证明问题.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ 知识点一 $\alpha\pm\dfrac{\pi}{2}$的诱导公式

1. 若角 α 的终边与单位圆的交点为 $P(u,v)$，则角 $\dfrac{\pi}{2}+\alpha$ 的终边与单位圆的交点 P' 的坐标为______，$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=$________，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=$__________.

2. 若角 α 的终边与单位圆的交点为 $P(u,v)$，则角 $\alpha-\dfrac{\pi}{2}$ 的终边与单位圆的交点 P' 的坐标为________，$\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)=$________，$\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)=$__________.

【诊断分析】已知角 α 的终边与单位圆的交点为 $P\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，角 $\dfrac{\pi}{2}-\alpha$，$\dfrac{\pi}{2}+\alpha$ 的终边与单位圆分别交于点 P_1,P_2，则 P_1,P_2 的坐标分别是什么？

◆ 知识点二 诱导公式

$\sin(2k\pi+\alpha)=$______ $(k\in\mathbf{Z})$	$\cos(2k\pi+\alpha)=$______ $(k\in\mathbf{Z})$
$\sin(-\alpha)=$______	$\cos(-\alpha)=$______
$\sin(2\pi-\alpha)=$______	$\cos(2\pi-\alpha)=$______
$\sin(\pi-\alpha)=$______	$\cos(\pi-\alpha)=$______
$\sin(\pi+\alpha)=$______	$\cos(\pi+\alpha)=$______
$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=$______	$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=$______
$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=$______	$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=$______

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)在△ABC 中，$\sin\dfrac{A+B}{2}=\cos\dfrac{C}{2}$. ( )

(2)$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\left[\dfrac{\pi}{2}-(-\alpha)\right]=\cos(-\alpha)=\cos\alpha$. ( )

(3)若 $\cos 10^\circ=a$，则 $\sin 100^\circ=a$. ( )

课中探究

◆ 探究点一　利用诱导公式求值

例 1 (1)已知 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-0.3$,则 $\sin(2\pi-\alpha)=$________.

(2)已知 $\sin(\alpha-75°)=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$,则 $\sin(105°+\alpha)=$________.

(3)已知 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{1}{3}$,则 $\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=$________.

变式 [2024·江西南昌五中高一期中] 已知 $\cos 2\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{1}{3}$,则 $\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)=$ (　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

[素养小结]

解决此类问题的关键是抓住已知角与所求角之间的关系,从而灵活选用诱导公式求解,一般可从两角的和、差的计算结果入手寻找两角的关系,如两角互补,两角互余等.

提醒:常见满足互余关系的角有 $\frac{\pi}{3}-\alpha$ 与 $\frac{\pi}{6}+\alpha$,$\frac{\pi}{4}+\alpha$ 与 $\frac{\pi}{4}-\alpha$ 等.常见满足互补关系的角有 $\frac{\pi}{3}+\theta$ 与 $\frac{2\pi}{3}-\theta$,$\frac{\pi}{4}+\theta$ 与 $\frac{3\pi}{4}-\theta$ 等.

◆ 探究点二　利用诱导公式化简、证明

例 2 (1)化简:$\frac{\cos(\alpha-\pi)}{\sin(\pi-\alpha)}\cdot\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$.

(2)求证:$\frac{\sin(\pi+\alpha)\sin(2\pi-\alpha)\cos(-\pi-\alpha)}{\sin(3\pi+\alpha)\cos(\pi-\alpha)\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=-1$.

变式 [2024·江西宜春中学高一月考] 化简:$\frac{\sin(2\pi-\alpha)\cos(3\pi+\alpha)\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)}{\sin(-\pi+\alpha)\sin\left(\frac{1}{2}\pi+\alpha\right)}$.

[素养小结]

利用诱导公式证明等式问题,关键在于公式的灵活应用.证明的常用方法有:(1)从一边开始,使得它等于另一边,一般由繁到简.(2)左右归一法:即证明左、右两边都等于同一个式子.(3)凑合法:即针对题设与结论间的差异,有针对性地进行变形,以消除其差异,简言之,即化异为同.

◆ 探究点三　诱导公式的综合应用

例 3 [2024·江西南昌一中高一期中] 已知 $f(\alpha)=\frac{\sin(\pi-\alpha)\cos(\pi+\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos(2\pi+\alpha)\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)\sin(-\pi-\alpha)}$.

(1)化简 $f(\alpha)$;

(2)若角 α 的终边过点 $P(-12,5)$,求 $f(\alpha)$.

变式 已知$f(\alpha)=\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos(\pi+\alpha)\sin(-\alpha)\cos(\pi-\alpha)}{\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)\cos(2\pi-\alpha)\sin(\pi-\alpha)}$.

(1)化简$f(\alpha)$;

(2)若$f(\alpha)=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$,且$\alpha$为第四象限角,求$2\sin^2\alpha+3\sin\alpha\cos\alpha$的值.

[素养小结]

所谓化简,就是将表达式经过某种变形,使结果尽可能的简单,也就是项数尽可能少,次数尽可能低,函数的种类尽可能少,分母中尽量不含三角函数,能求值的一定要求值.

利用诱导公式解决化简求值问题的关键是诱导公式的灵活选择,当三角函数式中含有$k\pi\pm\alpha$,$\dfrac{k}{2}\pi\pm\alpha(k\in\mathbf{Z})$时,要注意讨论$k$为奇数或偶数.

§5 正弦函数、余弦函数的图象与性质再认识

5.1 正弦函数的图象与性质再认识

【学习目标】

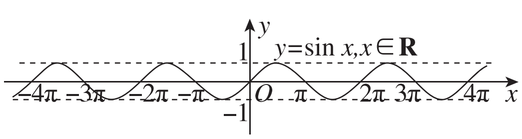
1. 能用“五点法”画正弦函数在$[0,2\pi]$上的图象.
2. 理解正弦曲线的意义.
3. 掌握正弦函数$y=\sin x$,$x\in\mathbf{R}$的性质.
4. 掌握正弦函数性质的应用.

课前预习 知识导学 素养初识

◆ 知识点一 正弦函数的图象

1. 利用单位圆画出正弦函数的图象

步骤:①作出单位圆;②在区间$[0,2\pi]$上取一系列的x值,如$0,\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2},\cdots,2\pi$,利用单位圆得到对应的正弦函数值;③在平面直角坐标系内描点,用光滑曲线顺次连接,就可以得到函数$y=\sin x$,$x\in[0,2\pi]$的图象;④将函数$y=\sin x$,$x\in[0,2\pi]$的图象向左、右平移(每次平移2π个单位长度),得到正弦函数$y=\sin x$,$x\in\mathbf{R}$的图象(如图).



2. 利用“五点(画图)法”画出正弦函数的图象

利用“五点(画图)法”作正弦函数$y=\sin x$在区间$[0,2\pi]$上的图象的步骤

(1)列表

x	0	$\dfrac{\pi}{2}$	π	$\dfrac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0

(2)描点

描出正弦函数$y=\sin x$在区间$[0,2\pi]$上的图象上的五个关键点,五个关键点是______________________.

(3)连线

用光滑曲线顺次连接这五个点,得到正弦函数$y=\sin x$在区间$[0,2\pi]$上的图象.

将正弦函数$y=\sin x$在区间$[0,2\pi]$上的图象按周期延拓到$\mathbf{R}$上得到正弦函数$y=\sin x$,$x\in\mathbf{R}$的图象.

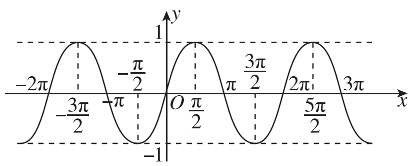
【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)正弦函数 $y=\sin x$ 在$[2k\pi,2(k+1)\pi](k\in\mathbf{Z})$上的图象形状相同,只是位置不同. ( )

(2)正弦函数 $y=\sin x,x\in\mathbf{R}$ 的图象介于直线 $y=1$ 与直线 $y=-1$ 之间. ( )

(3)正弦函数 $y=\sin x$ 的图象与 $y=\sin(\pi-x)$的图象相同. ( )

◆ **知识点二　正弦函数的性质**

函数	正弦函数 $y=\sin x$
图象	
定义域	$\mathbf{R}$
值域	$[-1,1]$
最值	当 $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$时,$y_{\max}=1$; 当 $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$时,$y_{\min}=-1$
周期性	是周期函数,周期为 $2k\pi(k\in\mathbf{Z},k\neq0)$,$2\pi$ 为最小正周期
奇偶性	奇函数,图象关于原点对称
单调性	在$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$上单调递增;在$\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$上单调递减
对称轴	$x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$
对称中心	$(k\pi,0),k\in\mathbf{Z}$

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)函数 $y=\sin(-x)$为奇函数. ( )

(2)函数 $y=\sin x,x\in\left[-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$的值域是$\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$. ( )

(3)函数 $y=\sin x$ 在$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$上单调递增. ( )

(4)函数 $y=\sin x$ 在第一象限单调递增. ( )

课中探究　考点探究　素养小结

◆ **探究点一　利用"五点法"作图**

例 1 利用"五点法"作出函数 $y=1-\sin x(0\leqslant x\leqslant2\pi)$的简图.

变式 (1)用"五点法"作出函数 $y=2\sin x(0\leqslant x\leqslant2\pi)$的图象.

(2)用"五点法"画出函数 $y=1+\sin x,x\in[0,2\pi]$的图象.

[素养小结]

1. "五点法"作图的实质是选取函数的一个周期,将其四等分,分别找出图象的最高点、最低点及图象与 x 轴的交点等五个关键点,由这五个点大致确定图象的位置和形状.

2. 一般地,函数 $y=|f(x)|$的图象可由函数 $y=f(x)$的图象作如下变换得到:在 x 轴下方的图象以 x 轴为对称轴翻折到 x 轴上方,在 x 轴上及其上方的部分保持不变.